الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات

امتحان البكالوريا التجريبي — ولاية المنيعة



الشعبة : تقني رياضي — دورة : ماي 2022

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة :04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

## الموضوع الأوّل :

### التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التعليل.

1) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي $n$ العدد الحقيقي $a$ : $a = ln(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})^{2022}) + ln(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})^{2022})$

أ) $a = 2022$ ب) $a = 0$ ج) $a = n$

2) نعتبر المتتالية $(v_n)$ من أجل كل عدد طبيعي $n$: $v_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^{2n} - 4$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي موجب تماما ، قيم $\alpha$ حتى تكون $(v_n)$ متقاربة.

أ) $]0; \frac{3}{2}[$ ب) $]-1;1[$ ج) $[0; \frac{2}{3}[$

3) نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة :$log(x^2+11x-2) = 1 + log(x)$ حلول المعادلة :

أ) $\{0;1;10\}$ ب) $\{0;-1;-10\}$ ج) $\{1\}$

4) الدالة العددية $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = ln(x^2+2x+3)$ من أجل كل عدد حقيقي $x$ لدينا :

أ) $f(2-x) = f(x)$ ب) $f(-2-x) = f(x)$ ج) $f(-x) = f(x)$

### التمرين الثاني: (05 نقاط)

المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{2}e$ .

1) ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_n < 2e$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$، ثم استنتج أنها متقاربة.

2) المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - 2\alpha}$.

−عين قيمة العدد الحقيقي $\alpha$ حتى تكون $(v_n)$ متتالية هندسية وأساسها $q = \frac{4}{3}$.

3) ا) نضع $\alpha = e$ ، أكتب عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n = e\left[2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right]$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

4) نضع $S'_n = e^{-1}u_0 + e^{-1}u_1 + ... + e^{-1}u_n$.

ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $S'_n = 2n - 2 + 4\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}$.

ب) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2021S'_n}{2n+1442}$ .

## التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الإقليدية للعدد $3^n$ على 10.

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$: $1263^{359}-23^{4n}+5137^{1814}+3949^{2n+1}\equiv 4[10]$ .

3) ا) عين باقي القسمة الأقليدية للعدد $A$ على 10 حيث: $A=1493^{123}+1443^{25}+2023^{639}+63^{72}$ .

ب) إستنتج رقم أحاد العدد $A$ .

4) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي $n$ التي تحقق $(n+3)A-3^{134}n\equiv 0[10]$ .

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) $g$ دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=x-1-lnx$ .

1) احسب $\lim\limits_{x\to 0}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ، و شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $]0,+\infty[$ .

3) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما $x$ : $ln\left(\dfrac{x}{2}\right)\leq\dfrac{x}{2}-1$.

II) لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $[0,+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=-x^2+2+2xlnx & ;x>0 \\ f(0)=2 \end{cases}$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ .

1) ا) أحسب $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ ماذا تستنتج.

ب) بين أن $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-2}{x}=-\infty$ ماذا تستنتج ، فسر النتيجة بيانيا.

ج) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ .

2) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب $x$: $f'(x)=-2g(x)$.

ب) أدرس إشارة $f'(x)$ على $]0;+\infty[$ ثم استنتج إتجاه تغيرات الدالة $f$ مستنتجا أن $(C_f)$ يقبل نقطة إنعطاف $A(1;1)$

3) أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 2.

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما $x$ : $f(x)+2(1-ln2)x-2=2x\left[-\dfrac{x}{2}+1+ln\left(\dfrac{x}{2}\right)\right]$

ثم إستنتج وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ .

5) ا) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $]2.7;2.8[$

ب) أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$ .

6) $h$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$: $\begin{cases} h(x)=-x^2+2+2|x|ln(|x|) & ;x\neq 0 \\ h(0)=2 \end{cases}$

$(C_h)$ منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

ا) بين أن $h$ دالة زوجية.

ب) أنشئ $(C_h)$ انطلاقا من $(C_f)$ في نفس المعلم السابق .

7) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $I = \int_1^2 2xlnxdx$.

ب) $A$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ والمستقيمين اللذان معادلتيهما $x = 1$ و $x = 2$.

-أحسب المساحة $A$.

## الموضوع الثّاني :

### التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التبرير.

1) المعادلة $e^{2x} - 3e^{x} - 4 = 0$ يقبل في $\mathbb{R}$ :

أ) حل واحد ب) حلين متمايزين ج) لاتقبل حلول

2) $\lim_{x \to +\infty} [ln(x+1) - ln(x+2)]$ تساوي :

أ) $1$ ب) $+\infty$ ج) $0$

3) $(v_n)$ متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$: $q = 2$ و $v_0 = -ln3$ حيث $v_n = ln\left(\frac{1}{u_n} - 1\right)$

$S_n = \left(\frac{1-u_0}{u_0}\right) \times \left(\frac{1-u_1}{u_1}\right) \times ... \times \left(\frac{1-u_n}{u_n}\right)$ تساوي:

أ) $S_n = e^{(2^{n+1}-1)ln(\frac{1}{3})}$ ب) $S_n = e^{2^{n+1}ln(\frac{4}{3})}$ ج) $S_n = e^{(2^{n+1}-1)ln3}$

4) $I = \int_2^4 \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1} dx$ يساوي :

أ) $I = -4 - 2ln3$ ب) $I = -4 + 2ln3$ ج) $I = 4 + 2ln3$

### التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$:

$ln(u_{n+1}) = -1 + ln(u_n)$.

ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1} = e^{-1}u_n$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_n > 0$

ج) أدرس إتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم استنتج أنها متقاربة.

2) لتكن $(v_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 2 + ln(\sqrt{u_n})$

ا) بين أن $(v_n)$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول $v_0$

ب) عبر عن $(v_n)$ بدلالة $n$.

3) ا) أكتب $P_n$ بدلالة $n$ حيث: $P_n = (v_1 + \frac{1}{2})^1 \times (v_2 + 1)^2 \times ... \times (v_n + \frac{n}{2})^n$

ب) من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع: $S_n = e^{2(v_0-2)} + e^{2(v_1-2)} + ... + e^{2(v_n-2)}$

-بين من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $S_n = e\left(\frac{e^{-(n+1)} - 1}{1 - e}\right)$ ثم أحسب $\lim_{n \to +\infty} (e-1)S_n$.

### التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) عين مجموعة الأعداد الصحيحة $x$ بحيث $4x \equiv 33[5]$

2) نعتبر المعادلة $(E)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث $x$ ، $y$ عددان صحيحان : $4x - 5y = 33 ...(E)$

ا) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $(E)$. ( يمكن استعمال نتيجة السؤال 1 ).

ب) ماذا تمثل مجموعة حلول المعادلة $(E)$ هندسيا.

3) $n$ عدد طبيعي بحيث $n \geq 5$ نضع: $a = n^3 - n^2 - 12n$ ، $b = 2n^2 - 7n - 4$ .

ا) بين أن $a$ ،$b$ قابلان للقسمة على $(n-4)$.

نضع: $d = PGCD(2n+1; n+3)$

ب) بين أن $d$ يقسم 5.

4) بين أن $2n+1$ ، $n$ أوليان فيما بينهما.

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

ا) $g$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$: $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$

2) استنتج اتجاه تغير الدالة $g$.

3) بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

اا) $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$ وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1) بين أن: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) ا) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها. .

3) ا) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - x]$ ثم استنتج أن $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$ يطلب تعيين معادلته .

ب) أدرس الوضع النسبي بالنسبة للمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$.

4) ا) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند الفاصلة المعدومة .

ب) بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف $A$ يطلب تعيين احداثياتها .

5) أحسب $f(1)$ ثم أنشئ المستقيمين $(\Delta)$ و $(T)$ والمنحنى $(C_f)$ .

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + ln(m)$.

7) ا) باستخدام المكاملة بالتجزئة بين أن: $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}dx = 1 - \frac{e}{2}$.

ب) لتكن $A$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(T)$ والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$

بين أن: $A = (6 - 2e)cm^2$